

信頼限界楕円法によるねじ締結の信頼性向上(前編)*

晴山 蒼一**、真鍋 健一***

HAREYAMA Soichi, MANABE Ken-ichi

本報はProceedings of the ASME 2013 International Mechanical Engineering Congress & Exposition にて発表した著者らの論文「IMPROVING TIGHTENING RELIABILITY ON BOLTED JOINTS FOR CALIBRATED WRENCH METHOD (AN ANALYSIS ON OPTIMUM TIGHTENING TORQUE BY CONFIDENCE LIMIT ELLIPSE)」⁽¹⁾を邦文化し解説するものである。前編では本法の理論的な考え方と解析フローを示す。後編では本法により信頼性を向上させた締付けトルク基準、軸力分布および等価応力分布などの具体的な試算例を示すとともに、本法の有用性について解説する。なお、参考文献は後編にまとめて示す。

1 緒言

ねじは自動車、建設機械、産業車両、一般機械、電機・電子機器、油圧機器、航空機、プラント装置など多くの工業製品で使用され、重要な役割を果たしている。ねじは、紀元前6～4世紀には揚水技術や染色技術で螺旋の機能が活用され、ねじ原理への追求も始まっていた。このように、ねじは2千年以上の長い歴史を持った機械要素であるにもかかわらず、今日でも締付け不良、ゆるみ、強度不足などのトラブルが後を絶たない。なぜ、未だにねじトラブルは発生するのか?なぜ、要注意の機械要素であり続けるのか?それは、ねじが本質的に強度上の問題・ゆるみの問題等を持っていたからである。ねじ締結の問題・課題は一般的には以下のようにまとめることができる。

- ①常に高応力で使用される。繰返し外力を受ける
- ②高い初期軸力が必要だが、簡便な工具がなく多くの場合ばらつきの大いトルク法を使わざるを得ない
- ③多くの種類がある(並目/細目、強度区分、etc.)
- ④締付け作業時、ねじ山の破損、くびれ破損などを起こすことがある
- ⑤首下部、ねじ部などに大きな応力集中部がある
- ⑥疲労破損、遅れ破損などを起こす
- ⑦螺旋形状および陥没の進行により本質的にゆるみを起こしやすい
- ⑧製品1台に多数使用される
- ⑨安心安全に長く使用するには、適切な保守メンテナンスが必要

ねじ締結技術分野がいかに広いものを感じさせる。たかがねじ、されどねじである。

* 原稿受付:平成26(2014)年10月16日

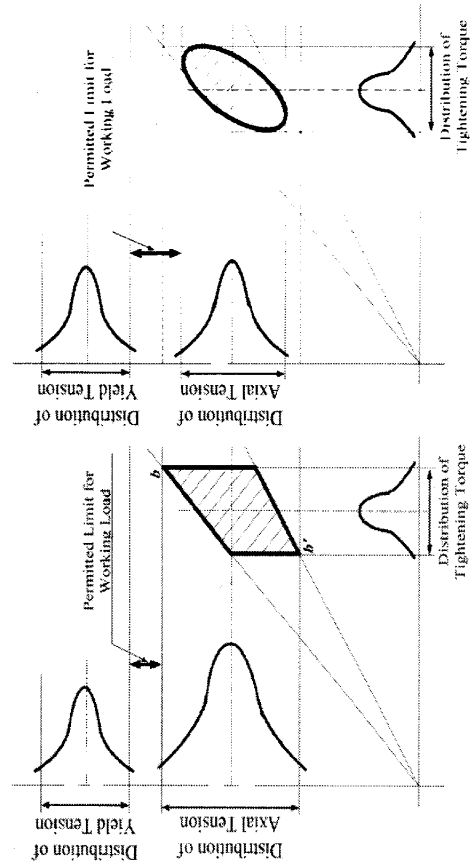
** 首都大学東京 理工学研究科 客員教授

*** 首都大学東京 理工学研究科 教授

さて、本報は上述の課題の中の特に②③④⑧および⑩に関するものである。勿論締結が不十分であれば、即ゆるみや疲労破損など⑥⑦の課題に直結する。ねじ締結は従来からトルク法が活用され、作業現場ではその簡便さから現在でも多くの締め付け作業で利用されている。工場などでの大量のボルト締め付け作業では、作業基準に基づき締め付けトルク指示値(目標値)での締め付け作業が行われる。このとき、締め付けトルクのばらつきおよびボルト軸部に発生する初期軸力のばらつきは通常正規分布すると考えられている。トルク係数などのねじ特性値のばらつきを考慮すると、多数本締め付けでは得られる軸力は図1(a)に示すように菱形状にばらつくこととされてきた。VDI 2230でもそのように扱われている⁽²⁾。しかしながら、締め付けトルクと軸力を互いに独立な確率変数と考えるとき、軸力の分布は図1(b)に示すように楕円状となる。この楕円状の分布から、得られる軸力分布の最大値は従来の菱形状の分布より低い値となる。本報では、この性質を活用しより高い初期軸力や初期締め付け応力を得る方法を解説する。

前編では、確率統計的な数式展開と締め付けトルク基準作成のフローなどを示す。後編では本法によりどの程度高い等価応力や軸力(軸力)が得られるようになるのか、どの程度ばらつきを小さくできるのかなどを示す。また本法の活用事例、すなわち事業所全体の締め付けトルク基準表および工程ごとの限定された締め付けトルク作業基準作成の事例を通して本法の有用性などを解説する。

従来のトルク法による締め付けトルクと軸力(軸応力)あるいは等価(引張)応力との関係は個々のボルトの締め付けを考える上ではきわめて重要な考え方であり、著者も常にこの関係を見据えて締め付け問題を扱っている。すなわち、ねじ締結の力学的な理論はほぼ確立されていると見ることができ、本報はあくまでも大量の締め付け作業を行う場合の問題を、品質管理や工程管理の問題として捉え、確率統計的な取り扱い方について検討したものである。それらの数式展開は一見難解ではあるが、Excel VBAなどを活用すると比較的容易にプログラム化でき、締め付け条件、ねじ諸寸法、強度区分およびねじ締め付け特性値などを与えると一気に締め付けトルク基準表や、軸力、等価応力の多数本締め付けにおける予想される分布などを求めることができる。



(a) 菱形状の分布(従来の方法) (b) 楕円状の分布(提案の方法)
図1 締め付けトルクと軸力の関係

多くの種類のねじ締結を扱う工場などの作業現場では、前述のように従来のトルク法などをベースに「ボルトの締め付けトルク基準」などを制定し、作業標準化を図り締結品質の維持向上を図ってきた。本法はその締結品質のさらなる向上に寄与せんとするものである。

2 トルク法の概要(従来の考え方)^{(3)~(7)}

締め付けトルク T と軸力 P の関係は一般に三角ねじでは、式(1)のように示される。

$$T = (K_1 + K_2 + K_3) P d = K P d \quad \dots (1)$$

ここで
$$K_1 = \frac{d_2}{2d} \mu_s \sec \alpha \quad \dots (2)$$

$$K_2 = \frac{d_2}{2d} \tan \beta \quad \dots (3)$$

$$K_3 = \frac{d_w}{2d} \mu_w \quad \dots (4)$$

$$T_1 = K_1 P d, \quad T_2 = K_2 P d, \quad T_3 = K_3 P d \quad \dots (5)$$

ここで、 P : 軸力、 d : ねじ呼び径、 d_2 : ねじの有効径の基準寸法、 d_w : ナットの等価座面直径、 μ_s : ねじ山側面の摩擦係数、 μ_w : 座面の摩擦係数、 α : ねじ山の半角、 β : ねじのリード角、 K_1 : ねじ山側面トルク係数、 K_2 : 軸力トルク係数、 K_3 : 座面トルク係数、 K : トルク係数、 T_1 : ねじ山側面摩擦消費トルク、 T_2 : 軸力発生トルク、 T_3 : 座面摩擦消費トルク

ボルトの締め付け損にボルトのねじりに消費されるトルク T_3 は次式で示される。

$$T_3 = T_1 + T_2 = (K_1 + K_2) P \cdot d = K_s \cdot P \cdot d = \eta \cdot T \quad \dots (6)$$

ここで、 $K_s = K_1 + K_2$: ねじりトルク係数、 η : ねじりトルク比 ($\eta = K_s / K$)

今 $\mu = \mu_s = \mu_w$ と置ける時は

$$\mu = \frac{2Kd - d_2 \tan \beta}{d_2 \sec \alpha + d_w} \quad \dots (7)$$

一方、ねじの破損をせん断歪みエネルギー説に従うとした時の、等価(引張)応力と降伏点の関係は次式で示される。

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{K}\right)^2 + 3\left(4\eta \frac{d}{d_s}\right)^2} \frac{T}{A_s d} = \phi_e \frac{T}{A_s \cdot d} \quad \dots (8)$$

ここで、 σ : ボルト軸部に生じる軸応力、 τ : ボルト軸部に生じるせん断応力、

A_s : ボルトの有効断面積、 ϕ_e : 等価(引張)応力係数

$$A_s = \frac{\pi}{4} d_s^2, \quad d_s = \frac{d_2 + d_3}{2}, \quad d_3 = d_1 - \frac{H}{6}$$

d_s : ボルトの有効径, d_3 : おねじの谷の径, H : とがり山の高さ(0.866025p), p : ピッチ, d_1 : おねじの径の基準寸法

$$\sigma = \frac{P}{A_s} = \frac{4T}{\pi d_s^3} \cdot \dots \cdot (9)$$

$$\tau = \frac{16T_s}{\pi d_s^3} \cdot \dots \cdot (10)$$

$$\phi_e = \sqrt{\left(\frac{1}{K}\right)^2 + 3\left(4\eta\frac{d}{d_s}\right)^2} \cdot \dots \cdot (11)$$

式(1)~式(11)で示すこの種の解法は一般化定着している。また、その軸力のばらつきは、工場の生産ラインなどでの多数本の締付け作業では、従来図1(a)のハッチングして示したような菱形形状に分布するとされてきた。図中の点bおよび点cは多数本の締付けにおける軸力分布の最大値 P_{max} 、および最小値 P_{min} を与える点となる。図中の右肩上がりの上の線の傾きは $1/(K_{min} \cdot d)$ であり、下の線の傾きは $1/(K_{max} \cdot d)$ である。縦軸を等価軸力で見ると、概略的には図のような菱形形状に分布するものと考えられる。その場合等価軸力係数のばらつきは式(9)より K_{min} 、および K_{max} により与えられ、最小値 $\phi_{emi,n}$ は $K_{min,x}$ および $\eta_{mi,n}$ により与えられる。ここで多数本締付けにおける締付けトルクのばらつきを式(12)で示す工具係数 a とすると、軸力の最大値 P_{max} 、および最小値 P_{min} は、それぞれ式(13)および式(14)で示される。なお、工具係数 a はBigford⁽¹²⁾の資料などを参考に、工具の管理状況や作業姿勢に関連して選択することになる。

$$a = (T_m a_x T_m i) / (2T_m e d) \cdot \dots \cdot (12)$$

$$P_{max} = (1+a) \cdot T_{mean} / (K_{min} \cdot d) \cdot \dots \cdot (13)$$

$$P_{min} = (1-a) \cdot T_{mean} / (K_{max} \cdot d) \cdot \dots \cdot (14)$$

また同様に等価軸力の最大値 $\sigma_{emi,x}$ 、および最小値 $\sigma_{emi,n}$ は、それぞれ式(15)および式(16)で示される。

$$\sigma_{emi,x} = (1+a) \phi_{emi,x} T_{mean} / (A_s \cdot d) \cdot \dots \cdot (15)$$

$$\sigma_{emi,n} = (1-a) \phi_{emi,n} T_{mean} / (A_s \cdot d) \cdot \dots \cdot (16)$$

この等価軸力のばらつきは最大値 $\sigma_{emi,x}$ は、外力によりボルトに発生する応力を考慮しボルトの降伏点(あるいは耐力)の下限値と初期締付け(等価軸力比を c とすると式(17)の関係となる。このとき締付けトルクの目標値(作業指示値) T_{mean} 、およびその目標値で多数本のボルトの締付けを行った時の締付けトルクのばらつきは最大値 T_{max} 、最小値 T_{min} はそれぞれ式(18)~式(20)で示すことができる。

$$\sigma_{emi,x} = c \cdot \sigma_{ymin} \cdot \dots \cdot (17)$$

$$T_{mean} = \frac{c \cdot \sigma_{ymin}}{(1+a) \phi_{emi,x}} \cdot A_s \cdot d \cdot \dots \cdot (18)$$

$$T_{max} = \frac{c \cdot \sigma_{ymin}}{\phi_{emi,x}} \cdot A_s \cdot d = (1+a) T_{mean} \cdot \dots \cdot (19)$$

$$T_{min} = \frac{(1-a) \cdot c \cdot \sigma_{ymin}}{(1+a) \phi_{emi,x}} \cdot A_s \cdot d = (1-a) T_{mean} \cdot \dots \cdot (20)$$

よく知られているように軸力あるいは式(9)の軸力のばらつきは式(21)で表される。同様に等価軸力のばらつきを示す軸力係数を S とすると、式(15)および式(16)を用いると式(22)で示すことができる。

$$Q = \frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{(1+a) K_{max}}{(1-a) K_{min}} \cdot \dots \cdot (21)$$

$$S = \frac{\sigma_{emi,x}}{\sigma_{emi,n}} = \frac{(1+a) \phi_{emi,x}}{(1-a) \phi_{emi,n}} \cdot \dots \cdot (22)$$

3 信頼限界円法によるトルク法の考え方 (提案の方法)

先の報告では、多数のボルト締付けにおける軸力のばらつきは分布状況を信頼限界円法で扱う方法を導いた⁽⁶⁾。等価軸力についても同様に信頼限界円法で扱うことができる。

式(8)において、 d および A_s などのねじの寸法に関する変数式を解く上では定数として扱える。等価軸力 ϕ_e は本質的には摩擦係数 μ_s, μ_w の関数となり、一方締付けトルク T は例えばトルクレンチの支点から着力点までの距離と与える力によって決まるものであることから、 ϕ_e と T はそれぞれ独立な確率変数と考えて差し支えないようである。そこで、 $f(T)$: 締付けトルク T の確率密度関数 (以下 pdf とする)

$g(\phi_e)$: 等価軸力係数 ϕ_e の pdf

$h(\sigma_e)$: 等価軸力 σ_e の pdf

とすると、 $f(T)$ と $g(\phi_e)$ は互いに独立だから $h(\sigma_e)$ は式(23)のような結合確率密度関数となる。

$$h(\sigma_e) = f(T)g(\phi_e) \cdot \dots \cdot (23)$$

今、 $f(T)$ が $N(\mu_T, \sigma_T^2)$ 、 $g(\phi_e)$ が $N(\mu_{\phi_e}, \sigma_{\phi_e}^2)$ なる正規分布とする。 σ_T および σ_{ϕ_e} は分散を、 σ_T および σ_{ϕ_e} は標準偏差を表す。結合確率密度関数 $h(\sigma_e)$ は

$$h(\sigma_e) = \frac{1}{2\pi\sigma_T\sigma_{\phi_e}} \cdot \dots \cdot (24)$$

となる。等価軸力 σ_e も $N(\mu_v, \sigma_v^2)$ なる正規分布 (μ_v : 平均値, σ_v : 標準偏差) をするとすれば、

$$\sigma_e = \sqrt{2\pi} \cdot \sigma_T \cdot \sigma_{\phi_e} \cdot \dots \cdot (25)$$

$$\frac{(\sigma_e - \mu_v)^2}{2\sigma_v^2} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(T - \mu_T)^2}{\sigma_T^2} + \frac{(\phi_e - \mu_{\phi_e})^2}{\sigma_{\phi_e}^2} \right\} \cdot \dots \cdot (26)$$

となる。 T と ϕ_e は互いに独立だから、式(26)を恒等的に満足するために式(26)が成り立つ。

$$\mu_e = \mu_T \mu_{\phi_e} \cdot \dots \cdot (27)$$

今、等価応力を $\sigma_e = \mu_v + I_e \cdot \sigma_v$ とすると式(26)は次式となる。

$$\frac{(T - \mu_T)^2}{A^2} + \frac{(\phi_e - \mu_{\phi_e})^2}{B^2} = 1 \dots (28)$$

ここで $A = I_e \cdot \sigma_T$, $B = I_e \cdot \sigma_{\phi_e}$

I_e : 等価応力 σ_e の平均値を μ_v , 標準偏差を σ_v で表したときの (代用) 確率変数で正規分布の θ の値となる (90%信頼限界では $I_e = 1.645$)

これは図2に示すような信頼限界楕円を示している。式(8)より等価応力 σ_e は図の太線枠の面積として表される。信頼限界楕円上の任意の点を $s(T, \phi_e)$ とすると、等価応力 σ_e は次式で与えられる。

$$\sigma_e = (\mu_T + A \cos \theta)(\mu_{\phi_e} + B \sin \theta) / (A_s \cdot d) \dots (29)$$

式(29)において、縮付けトルク T および等価応力係数 ϕ_e は等価応力と同様にそれぞれの平均値と標準偏差を用いると、次式のようにおくことができる。

$$T = \mu_T + I_T \cdot \sigma_T \dots (30)$$

$$\phi_e = \mu_{\phi_e} + I_{\phi_e} \cdot \sigma_{\phi_e} \dots (31)$$

ここで、 I_T および I_{ϕ_e} は I_e と同様にそれぞれ縮付けトルク T および等価応力係数 ϕ_e の (代用) 確率変数である。

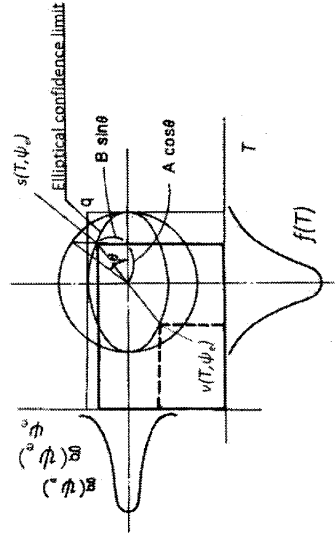


図2 等価応力の信頼限界楕円

等価応力の最大値および最小値を知るには、図2の太線枠で囲まれた面積が最大となる点 $s(T, \phi_e)$ および最小となる点 $v(T, \phi_e)$ を見つけなければいけません。式(29)を θ で微分し、 $I_T \cdot I_{\phi_e} \cdot I_e$ などの (代用) 確率変数をすべてを一律に例えば90%信頼限界を設定し相殺すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \sigma_e'(\theta) &= \{-A(\mu_{\phi_e} + B \sin \theta) \sin \theta + B(\mu_T + A \cos \theta) \cos \theta\} / (A_s \cdot d) \\ &= [-a\{(\phi_{e \max} + \phi_{e \min}) + (\phi_{e \max} - \phi_{e \min}) \sin \theta\} \sin \theta + (\phi_{e \max} - \phi_{e \min}) (1 + a \cdot \cos \theta) \cos \theta] \frac{T_{mean}}{2A_s \cdot d} \dots (32) \end{aligned}$$

等価応力 σ_e の最大値を与える点 $s(T, \phi_e)$ は図の第1象限に存在することは明白であり、 $\sigma_e'(\theta)$ は関数の形から $\theta = 0^\circ \sim 90^\circ$ での漸減関数となり、図3に示すようにただ1個の解を持つ。その解 θ_e が等価応力の最大となる点を与えることになる。一方、等価応力の最小値を与える点 $v(T, \phi_e)$ は第3象限で与えられることも自明である。

縮付けトルクの目標値 (作業指示値) を T_{mean} 、縮付け工具あるいは、作業者による縮付けトルクのばらつきを σ_T とすると、式(12)で示すように工具係数 a とすると、縮付けトルク T および等価応力係数 ϕ_e の平均値および標準偏差はそれぞれ次式で示される。

$$\mu_T = T_{mean} \dots (33)$$

$$\sigma_T = a \cdot \mu_T / I_T \dots (34)$$

$$\mu_{\phi_e} = (\phi_{e \max} + \phi_{e \min}) / 2 \dots (35)$$

$$\sigma_{\phi_e} = (\phi_{e \max} - \phi_{e \min}) / 2 I_{\phi_e} \dots (36)$$

このとき、信頼限界楕円の解法で得られる等価応力の最大値 $\sigma'_{e \max}$ は式(29)より式(37)のように示すことができる。

$$\begin{aligned} \sigma'_{e \max} &= (\mu_T + A \cos \theta_e)(\mu_{\phi_e} + B \sin \theta_e) / (A_s \cdot d) \\ &= \left(1 + \frac{r_e}{r_T} a \cdot \cos \theta_e\right) \left\{ (\phi_{e \max} + \phi_{e \min}) + \frac{r_e}{r_{\phi_e}} (\phi_{e \max} - \phi_{e \min}) \sin \theta_e \right\} \frac{T_{mean}}{2A_s \cdot d} \dots (37) \end{aligned}$$

ここで、信頼限界の θ_e の値は等価応力、縮付けトルクおよび等価応力係数とも一律であるとした場合 (たとえばそれらすべてが正規分布するとし、90%の信頼限界をとるなどの場合) $r_e = r_T = r_{\phi_e}$ となるから最大値 $\sigma'_{e \max}$ および最小値 $\sigma'_{e \min}$ はそれぞれ式(38)および式(39)で示される。

$$\sigma'_{e \max} = (1 + a \cdot \cos \theta_e) \left\{ (\phi_{e \max} + \phi_{e \min}) + (\phi_{e \max} - \phi_{e \min}) \sin \theta_e \right\} \frac{T_{mean}}{2A_s \cdot d} \dots (38)$$

$$\sigma'_{e \min} = (1 - a \cdot \cos \theta_e) \left\{ (\phi_{e \max} + \phi_{e \min}) - (\phi_{e \max} - \phi_{e \min}) \sin \theta_e \right\} \frac{T_{mean}}{2A_s \cdot d} \dots (39)$$

さて、式(38)で求めた等価応力の最大値 $\sigma'_{e \max}$ は図2の $s(T, \phi_e)$ となる。これは従来の方法で最大値としていた点 $q(T, \phi_e)$ (式(15)の $\sigma_{e \max}$) より低い値である。そこで、点 $s(T, \phi_e)$ を点 $q(T, \phi_e)$ の位置まで引き上げたのが後述の図4および図11の位置関係である。従来の方法の式(17)と同様に等価応力のばらつき $\sigma'_{e \max}$ と降伏点または耐力の下限値 $\sigma'_{y \min}$ の関係を図4に示すように取ると、その関係は式(40)のとおりとなる。

$$\sigma'_{e \max} = c \cdot \sigma'_{y \min} \dots (40)$$

式中の c は式(17)と同様にボルトの降伏点 (あるいは耐力) の下限値と初期縮付け等価応力比であり、図4の位置関係では0.79程度となっている。これを0.9まで引き上げたのが後編に示す図11の関係図である。式(38)および式(40)を解くことにより新たな縮付けトルクの目標値 T_{mean} は式(41)のとおりとなる。

$$T'_{mean} = \frac{2c \cdot \sigma'_{y \min} \cdot A_s \cdot d}{(1 + a \cdot \cos \theta_e) \left\{ (\phi_{e \max} + \phi_{e \min}) + (\phi_{e \max} - \phi_{e \min}) \sin \theta_e \right\}} \dots (41)$$

ここで θ_e : 等価応力の最大値を与える信頼限界楕円上の点 $s(T, \phi_e)$ の楕円座標の角度 (図2参照)

したがって、締付けトルクの最大値 T'_{max} および最小値 T'_{min} は式(19)および式(20)と同様にそれぞれ式(42)および式(43)で求まる。

$$T'_{max} = (1+a)T_{mean} \quad \dots\dots (42)$$

$$T'_{min} = (1-a)T_{mean} \quad \dots\dots (43)$$

なお、締付けトルクの最大値 T'_{max} および最小値 T'_{min} は、作業指示値あるいは作業目標値の許容範囲ではない。あくまでも締付け目標値 T_{mean} で締付けたときの予想される締付けトルクばらつきの範囲であり、その作業現場の工程能力などとして見るのが正しく、増締め法など何らかの方法で締付けトルクの検査や監査などを行う場合の許容範囲、良否の判断基準と考えるべきである。

また、本法による締付け応力係数 S' は式(38)および式(39)より式(44)で示すことができる。

$$S' = \frac{\sigma'_{e\max}}{\sigma'_{e\min}} = \frac{(1+a \cdot \cos \theta_e) \{ (\phi_{e\max} + \phi_{e\min}) + (\phi_{e\max} - \phi_{e\min}) \sin \theta_e \}}{(1-a \cdot \cos \theta_e) \{ (\phi_{e\max} + \phi_{e\min}) - (\phi_{e\max} - \phi_{e\min}) \sin \theta_e \}} \quad \dots\dots (44)$$

以上の考え方を模式的に図4に示したのが図4である。工場などでの多数本のボルト締付けでは、ある信頼限界を設定した時、その等価応力のばらつきは、従来の菱形考え方とは異なり、図4の楕円状の中に分布することになる。したがって、前述のとおりこの楕円の頂点を引き上げ、新たな頂点と降伏点の間の楕円外縁等による変動応力の許容余裕を設定すべしことになる。

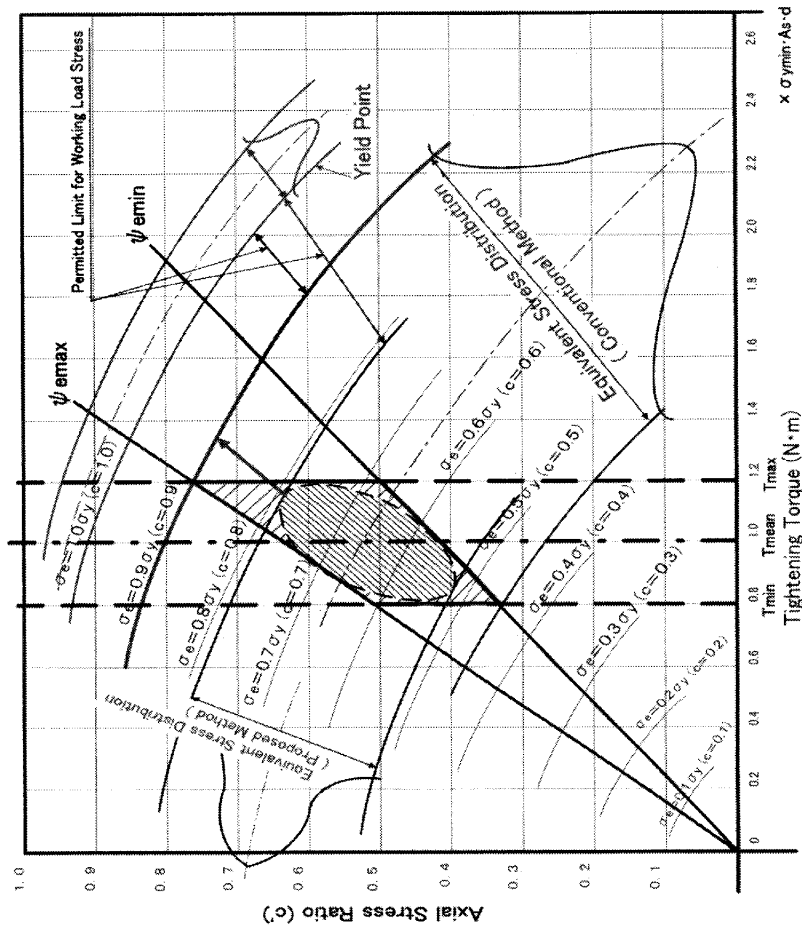


図4 信頼限界楕円法による締付けトルクと等価応力の関係 (提案の方法)

4 適正締付けトルク解析手順

前節まで求めた理論的な考え方をを用いて、適正締付けトルクを解析する手順を図5のフローに従って述べる。フローに示したように、まずは解析対象とするねじの諸元を決める。例えばメートル並目糸強度区分 10.9 などの諸元が決まれば、次に実験的あるいは参考資料等からねじの特性値、すなわちトルク係数・トルク比 (摩擦係数でも良い) を知り、等価応力係数の最大値・最小値を求める。フローの前半はせん断歪みエネルギー説による等価応力の最大値および最小値を解析し、適正締付けトルク値を求めるステップとなっている。フローの後半は、そのようにして求めた締付けトルク目標値での締付けに対し、多数のねじ締結で予想される初期軸力のばらつきの程度を解析するステップとなっている。

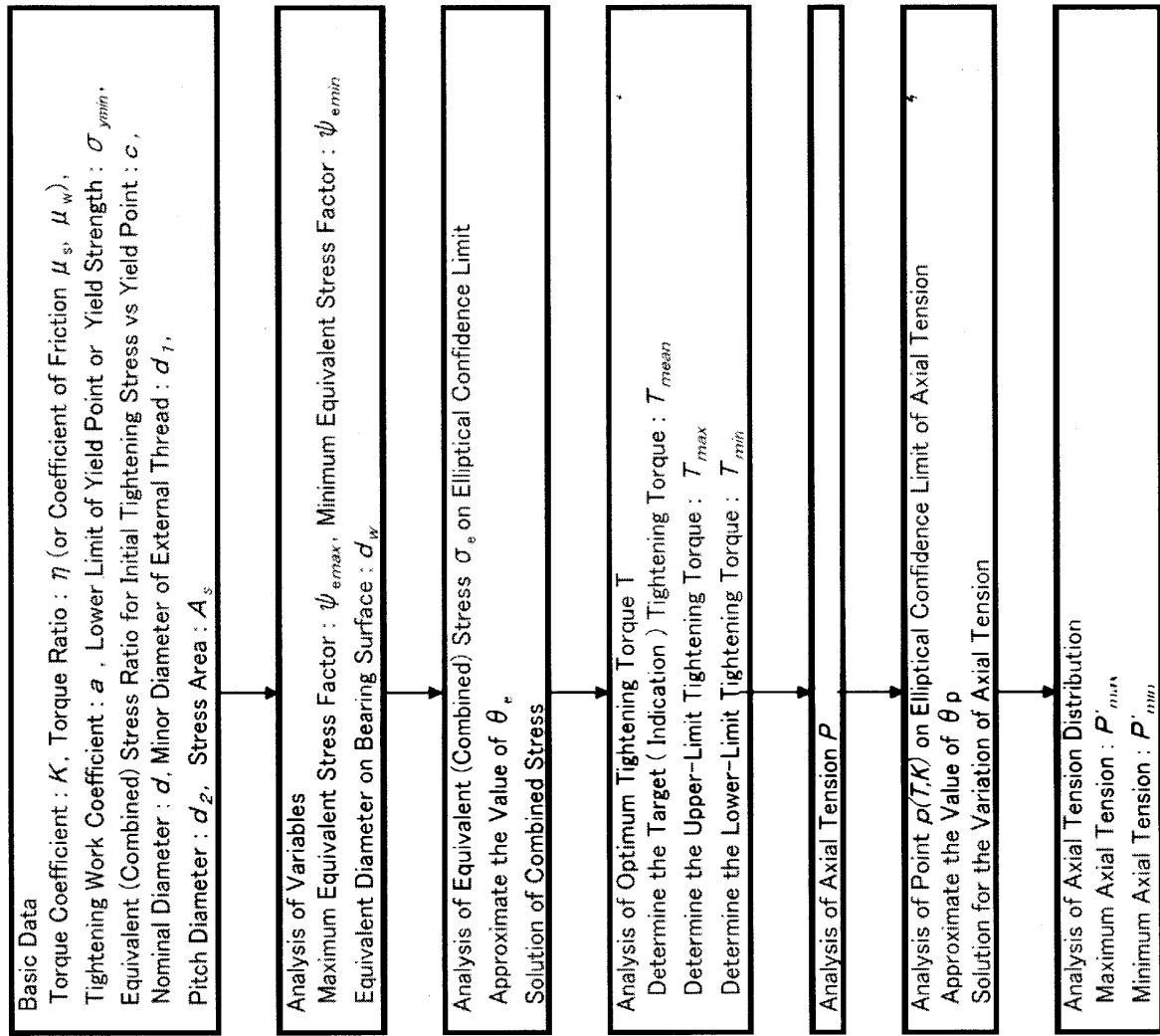


図5 締付けトルク基準等の解析フロー

5 軸力（軸応力）分布の解析

前節で示した信頼限界楕円法による修正縮付けトルクを解断する手順に則り、式(41)によって本法による縮付けトルク値が求まる。目標縮付けトルク T'_{mean} で多数本のボルトを縮付けたとき、得られる軸力もばらつく。そのばらつきの最大値と最小値は等価応力とは独立して求めることができる。多数本縮付けにおける軸力の分布については前報⁽⁶⁾で詳しく述べた。等価応力と同様に軸力の信頼限界楕円法で軸力分布の最大値 P'_{max} 、および P'_{min} を与える角度を θ_p とすると、それぞれ式(45)および式(46)により求まる。

$$P'_{max} = \left(1 + \frac{r_p}{r_r} \cdot a \cdot \cos \theta_p \right) \left\{ \frac{r_k (K_{max} + K_{min}) + r_p (K_{max} - K_{min}) \sin \theta_p}{2r_k K_{max} K_{min}} \right\} T'_{mean} \quad \dots \cdot (45)$$

$$P'_{min} = \left(1 - \frac{r_p}{r_r} \cdot a \cdot \cos \theta_p \right) \left\{ \frac{r_k (K_{max} + K_{min}) - r_p (K_{max} - K_{min}) \sin \theta_p}{2r_k K_{max} K_{min}} \right\} T'_{mean} \quad \dots \cdot (46)$$

ここで、 r_p 、 r_r 、 r_k は式(30)～式(31)の r_r および r_k などと同様に軸力 P およびトルク係数 K の（代用）確率変数である。いま、 r_p も含めこれらの代用確率変数が同一の値をとるものとする、2章の式(21)で示した縮付け係数 Q は、信頼限界楕円法では実はこれらの軸力分布の最大値 P'_{max} 、および P'_{min} により次の修正縮付け係数 Q' で示されることになる。

$$Q' = \frac{P'_{max}}{P'_{min}} = \frac{(1 + a \cdot \cos \theta_p)(K_{max} + K_{min}) + (K_{max} - K_{min}) \sin \theta_p}{(1 - a \cdot \cos \theta_p)(K_{max} + K_{min}) - (K_{max} - K_{min}) \sin \theta_p} \quad \dots \cdot (47)$$

なお、修正縮付け係数 Q' は軸応力 σ のばらつきの程度とみることできる。

(後編につづく)